INSTITUTO DE FÍSICA
Universidade Federal Fluminense

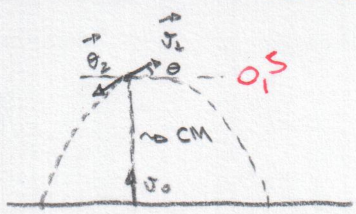
Física Geral e Experimental I & XVIII

2ª Prova – 31/10/2011 – 14-16 horas

NOME:
MATRÍCULA:
TURMA **PROF.**

1) Um foguete de fogos de artifício é disparado verticalmente para cima. Na sua altura máxima de 80m ele explode e se parte em dois pedaços, um com massa de 1kg e outro com massa de 0,2 kg. Na explosão, 800 J de energia química é convertida em energia cinética dos dois fragmentos.
a) Qual é a trajetória do centro de massa antes e depois da explosão. Esboça a trajetória dos 2 fragmentos e do centro de massa.
a) Qual o módulo da velocidade de cada fragmento logo após a explosão?
c) A que distância um do outro eles caem no solo, supondo este plano ?

a)



0,5

- Durante a explosão não há forças externas na direção x
Logo $P^x = \text{const}$, já que $\frac{dP}{dt} = F^{ext}$

- Na direção y há o mg como F^{ext}. Porém o tempo da explosão é pequeno tal que $dP^y = mg\Delta t \approx 0$
Logo $P^y \approx \text{const}$

· Como $\vec{P} \approx \text{const} \rightarrow \vec{a}_{CM} \approx 0$

→ A trajetória do CM não é alterada pela explosão

- O CM sobe e desce com aceleração $\vec{g}$

$$\begin{cases} y_{cm} = v_0 t - gt^2/2 \\ x_{cm} = x_{0cm} \end{cases}$$ 0,5

b) Antes da explosão $\vec{P}_i = 0$, já que está na altura máxima

Logo $\vec{P}_f = m_1\vec{v}_1 + m_2\vec{v}_2 = 0$

$\vec{v}_1 = -\frac{m_2}{m_1}\vec{v}_2$ (1) 0,5

+ temos uma transferência de energia

$\Delta K + \Delta U + \Delta E_{INT} = 0$

$\Delta U \approx 0$

$\Delta E_{Int} = -800J \rightarrow \Delta K = 800J$

$K_i = 0 \quad K_f = 800J$ 0,5

$K_f = \frac{m_1 v_1^2}{2} + \frac{m_2 v_2^2}{2} = 800$ (2)

$1 \rightarrow 2: \frac{m_1}{2}\left(-\frac{m_2}{m_1} v_2\right)^2 + \frac{m_2}{2} v_2^2 = 800$

$\frac{m_2^2 v_2^2}{m_1} + m_2 v_2^2 = 1600$

$v_2^2 = \frac{m_1}{m_2} \frac{1600}{m_1 + m_2}$

$|v_2| = \sqrt{\frac{0,2}{1} \frac{1600}{1,2}} \approx 16 \, m/s$

$|v_1| = \frac{1}{0,2} 16 = 80 \, m/s$ 0,5

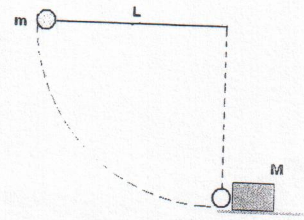
c) Para obter $x_1 - x_2$ preciso do ângulo θ. Caso $\theta = 0 \rightarrow \Delta x_1 = v_1 \Delta t$ e $\Delta x_2 = v_2 \Delta t$ c/ $\Delta t = \frac{v_y}{g} = \frac{\sqrt{2gh}}{g}$

$\Delta t = 4s$

$\Delta x_1 = 80(4) = 320 m$

$\Delta x_2 = 16(4) = 64 m \rightarrow \Delta x_1 + \Delta x_2 = 384 m$

2) Uma bola de aço de massa m é amarrada a um fio de comprimento L e é largada quando a corda está na horizontal. Na parte mais baixa da trajetória, a bola colide com um bloco de aço de massa M, que está em repouso sobre uma superfície sem atrito, como indicado na figura. A colisão é elástica.



0,5 a) Quais quantidades se conservam e quais variam durante a descida do pêndulo? Justifique!
b) No instante da colisão quais as forças que atuam sobre cada corpo?

0,5 c) Determine, imediatamente antes do choque, o momento linear total do sistema e a velocidade do centro de massa do sistema.
d) Expresse a velocidade da bola imediatamente antes do impacto com o bloco em termos da massa m, g, e L.

0,5 e) Quais quantidades se conservam durante a colisão da bola com o bloco? Explique em termos das forças envolvidas.

0,5 f) Determine a velocidade do bloco imediatamente após o choque.

0,5 g) Encontre as condições em que a velocidade da bola, após a colisão, é nula. E as condições em que é negativa?

a) Sistema bola + Terra (M fica parado)

$mg \to F^{INT}$; $W_{mg} = mgL$ (conservativo)

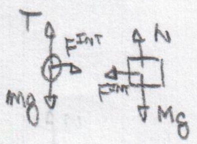
$T \to F^{ext}$; $W_T = 0$ ($\vec{T} \perp d\vec{r}$)

Energia: $\Delta E = \Delta U + \Delta K + \Delta E_{INT} = W^{ext} = 0$

$\Delta E_{INT} = 0$ (não há F^{INT} não conservativas)

$\hookrightarrow \Delta U + \Delta K = \Delta E_{MEC} = 0$

$\Delta P_T \neq 0 \to F^{ext} = T \neq 0$

b) 

F^{INT}: forças de contato durante a colisão

c) Sistema m+M

$P_i^T = p_i^m + p_i^M{}^{\,0} = m v_i^m$

$\Delta U + \Delta K = 0$

$-mgL + \frac{m v_i^{m\,2}}{2} = 0 \to v_i^m = \sqrt{2gL}$

$P_i^T = m\sqrt{2gL}$

$v_{cm} = \frac{m_1 v_1 + m_2 v_2^{\,0}}{m_1 + m_2} = \frac{m\sqrt{2gL}}{m+M}$

d) $v_i^m = \sqrt{2gL}$

Note que
$T - mg = mv^2/R \neq 0$
$\hookrightarrow F_y^{ext} \neq 0$
$\to \Delta P_T^y \neq 0$

e) Durante a colisão

$\hookrightarrow F_x^{ext} \approx 0 \to \Delta P_T^x \approx 0$

Só há F^{INT} que não alteram o momento total!

→ Como a colisão é elástica tb temos $\Delta K = 0 \to \Delta E_{MEC} = 0$

$\hookrightarrow$ F^{INT} são conservativas

f) $\begin{cases} p_i = p_f \\ K_i = K_f \end{cases}$

$\begin{cases} m v_i^m = m v_f^m + M v_f^M \\ \frac{m(v_i^m)^2}{2} = \frac{m(v_f^m)^2}{2} + \frac{M(v_f^M)^2}{2} \end{cases}$

$\begin{cases} m(v_i^m - v_f^m) = M v_f^M \quad (1) \\ m(v_i^m - v_f^m)(v_i^m + v_f^m) = M(v_f^M)^2 \quad (2) \end{cases}$

(2)/(1): $v_i^m + v_f^m = v_f^M$ (3)

(3)→(1): $m(v_i^m - v_f^m) = M(v_i^m + v_f^m)$

$-v_f^m(M+m) = v_i^m(M-m)$

$v_f^m = \left(\frac{m-M}{m+M}\right) v_i^m$

$\hookrightarrow$ veloc. da bola após colisão

$v_f^M = \left(\frac{m-M}{m+M}\right) v_i^m + v_i^m$

$v_f^M = \left(\frac{m-M}{m+M} + 1\right) v_i^m$

$v_f^M = \left(\frac{2m}{m+M}\right) v_i^m$

$\hookrightarrow$ veloc. do bloco após colisão

g)
$M > m \to v_f^m < 0$ volta p/ trás
$M = m \to v_f^m = 0$
$M < m \to v_f^m > 0$

NOME:____

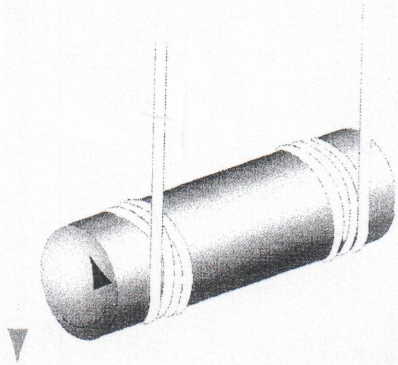
3)Um cilindro maciço de comprimento **L** e raio **R** tem peso **P**. Duas cordas são enroladas em torno do cilindro, perto de cada borda e as pontas das cordas são presas a ganchos no teto. O cilindro é mantido na horizontal com as duas cordas exatamente verticais e então é abandonado.

0,5 a) Faça o diagrama de forças sobre o cilindro.

0,5 b) Quais forças realizam trabalho durante a descida?

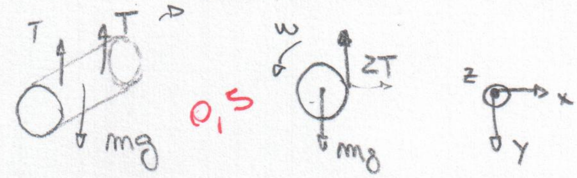
1,0 c) Calcule a tração em cada corda enquanto elas se desenrolam.

0,5 d) determine a aceleração linear do cilindro enquanto ele cai.



tensões são iguais por simetria

a)



b) A única força a realizar trabalho é o mg. $W_T = 0$ já que não há mov. do ponto de aplicação (rolo sem deslizar) 0,5

c) O mov. pode ser decomposto em translação do CM + rotação em torno do CM. Temos uma eq. p/ descrever cada um deles

$$\begin{cases} \sum \vec{F}^{ext} = m\vec{a}_{cm} \rightarrow 2T - mg = m a_{cm} \\ \sum \vec{\tau}^{ext} = I_{cm}\vec{\alpha} \rightarrow 2TR\,\hat{z} = I_{cm}\vec{\alpha} \end{cases}$$ 0,5

A corda não desliza logo

$$-a_{cm} = \alpha R$$ 0,5

$$\begin{cases} 2T - mg = m a_{cm} \\ 2TR = -I_{cm} a_{cm}/R \end{cases}$$

$$\begin{cases} 2T = +m(g + a_{cm}) \\ a_{cm} = -\dfrac{2TR^2}{I_{cm}} \end{cases}$$ *

$$2T = +m\left(g - \frac{2TR^2}{I_{cm}}\right)$$

$$2T\left(1 + mR^2/I_{cm}\right) = mg$$

$$T = \left(\frac{I_{cm}}{I_{cm} + mR^2}\right)\frac{mg}{2}$$

usando $I_{cm} = mR^2/2$

$$T = \left(\frac{mR^2/2}{mR^2/2 + mR^2}\right)\frac{mg}{2}$$

$$T = \left(\frac{1/2}{1 + 1/2}\right)\frac{mg}{2} = \frac{mg}{6}$$

d)
$$a_{cm} = -\frac{2R^2}{\cancel{I_{cm}}}\left(\frac{\cancel{I_{cm}}}{I_{cm} + mR^2}\right)\frac{mg}{2}$$

$$a_{cm} = \left(\frac{-mR^2}{I_{cm} + mR^2}\right) g$$

0,5

$$a_{cm} = \left(\frac{-mR^2}{mR^2/2 + mR^2}\right) g = -\frac{2}{3}g$$

4) Um cilindro sólido de massa **M** e raio **R** ($I_{CM} = MR^2/2$) sobe rolando sem deslizar uma rampa cujo ângulo de inclinação é θ. . Na base da rampa o centro de massa do cilindro tem velocidade de translação $\mathbf{v_0}$.

0,3 a) Faça o diagrama de forças sobre o cilindro durante a subida.

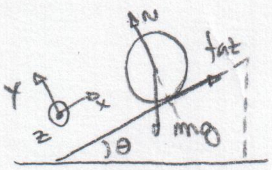
1,0 b) Calcule a aceleração do centro de massa do cilindro durante a subida.

0,2 c) Que distância o cilindro percorre ao subir a rampa? Essa distância depende da massa ou raio do cilindro? Explique.

0,5 c) Quais forças exercem trabalho sobre o cilindro durante a subida?

0,5 d) Qual o valor da força de atrito estático (em termos de **L** e **h**) necessária para que ocorra rolamento sem escorregamento? O que ocorreria se a força de atrito estático entre as superfícies fosse menor que esse valor?

a)



b) mov. do CM : $\Sigma F^{ext} = m a_{cm}$

$\hookrightarrow$ $N - mg\cos\theta = 0$

$f_{at} - mg\,\text{sen}\theta = m a_{cm}$ 0,3

mov. de rotação : $\Sigma \tau^{ext} = I\alpha$

$f_{at} R = I\alpha$ 0,3

vínculo entre a e α : rolo sem deslizar : $\alpha = -a/R$ 0,2

$$\begin{cases} f_{at} - mg\,\text{sen}\theta = m a_{cm} \\ f_{at} R = -I\, a/R \end{cases}$$

$$-\frac{I a_{cm}}{R^2} - mg\,\text{sen}\theta = m a_{cm}$$

$$a_{cm}\left(\frac{I}{R^2} + m\right) = -mg\,\text{sen}\theta$$

$$a_{cm} = -\underbrace{\left(\frac{1}{1 + I/mR^2}\right)}_{<1} g\,\text{sen}\theta = -\frac{2}{3} g\,\text{sen}\theta$$ 0,2

c) a_{cm} é constante

$$v^2 = v_0^2 + 2a\Delta S = 0$$

$$2a\Delta S = -v_0^2$$

$$\Delta S = \frac{-v_0^2}{2a} = \frac{v_0^2}{2}\,\frac{1 + I/mR^2}{g\,\text{sen}\theta}$$

$$\Delta S = \underbrace{\left(1 + I/mR^2\right)}_{3/2} \frac{v_0^2}{2g\,\text{sen}\theta}$$

Depende de I; de como a massa está distribuída. Mas não depende só de m ou R pq $I = k\,mR^2$ ↳ constante numérica

d) $W^N = 0$ $(\vec{N} \perp d\vec{r})$

$W^{fat} = 0$ $(d\vec{r} = 0)$ 0,5

$W^{mg} = -mgh$

e) $$f_{at} = -\frac{I a_{cm}}{R^2} = \left(\frac{I/R^2}{1 + I/mR^2}\right) g\,\text{sen}\theta$$

$$f_{at} = \left(\frac{1}{1 + mR^2/I}\right) mg\,\text{sen}\theta = \frac{1}{3} mg\,\text{sen}\theta$$

Se fat for menor (μ_E é pequeno) então haverá deslizamento e

$a_{cm} > \alpha R$